BAC 2003 SESSION DE CONTROLE

EXERCICE 1

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) suivante :

$(E) : z^3 - 2\left(\sqrt{3}+i\right)z^2 + 4\left(1+i\sqrt{3}\right)z - 8i = 0$

1/a- Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

b- Résoudre (E) dans $\mathbb{C}$.

c- Donner la forme exponentielle de chaque solution de (E).

2/ Soit θ un réel et E_θ l'équation :

$(E_\theta) : z^3 - 2e^{i\theta}\left(\sqrt{3}+i\right)z^2 + 4e^{2i\theta}\left(1+i\sqrt{3}\right)z - 8ie^{3i\theta} = 0$

a- Démontrer que : $(ze^{-i\theta})$ est solution de (E) si et seulement si z est solution de (E_θ).

b- En déduire les solutions de (E_π) suivante :

$z^3 + 2\left(\sqrt{3}+i\right)z^2 + 4\left(1+i\sqrt{3}\right)z + 8i = 0$

3/ Représenter dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ les images des solutions des équations (E) et (E_π) et vérifier qu'elles sont les sommets d'un polygone régulier.

EXERCICE 2

Une urne U_1 contient 4 boules blanches et 2 boules noires et une urne U_2 contient 3 boules blanches et trois boules noires. **Toutes les boules sont indiscernables au toucher**. Une épreuve consiste à tirer une boules de l'urne U_1 que l'on met dans U_2 puis on tire une boule de U_2 que l'on met dans U_1. Soient A,B et C les événement suivants :

A:« à l'issue de l'épreuve la boule tirée de U_1 est blanche et la deuxième boule tirée de U_2 est blanche ».

B:« à l'issue de l'épreuve la boule tirée de U_1 est noire et la deuxième boule tirée de U_2 est noire ».

C:« à l'issue de l'épreuve les deux urnes U_1 et U_2 se retrouvent chacune avec la configuration de départ, c'est à dire que l'urne U_1 contient 4 boules blanches et 2 boules noires et une urne U_2contient 3 boules blanches et trois boules noires ».

1/a- Calculer p(A) et p(B).

b- Montrer que $p(C) = \frac{4}{7}$.